

Matemáticas Discretas (MA - 3421)
Guía de Ejercicios N° 1

1.- Determine por extensión los siguientes conjuntos:

- (a) $A = \{x \in \mathbb{Z} : x = 1 + (-1)^n, n \in \mathbb{N}\}$
- (b) $B = \{\{x, y\} \subset \mathbb{N} : x + y = 7\}$
- (c) $C = \{x \in \mathbb{N} : x = n^3 + n^2 \wedge n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$
- (d) $D = \{x \in \mathbb{N} : (\exists y \in \mathbb{N})(1 < n \leq 10 \wedge x = 2n - 5)\}$

2.- Determine por comprensión los siguientes conjuntos:

- (a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$
- (b) $B = \{1, 3, 9, 27, 81, \dots\}$
- (c) $C = \{0, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}, \dots\}$
- (d) $D = \{\dots, -14, -9, -4, 1, 6, 11, 16, 21, \dots\}$

3.- Diga cuáles de los siguientes conjuntos son no vacíos:

- (a) $A = \{x \in \mathbb{N} : 2x + 7 = 3\}$
- (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} : 3x + 5 = 9\}$
- (c) $C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5 = 4\}$
- (d) $D = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 + 4 = 6\}$

4.- Sea $A = \{1, \{1\}, 2\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- (a) $1 \in A$
- (b) $\{1\} \in A$
- (c) $\{1\} \subset A$
- (d) $\{\{1\}\} \subset A$
- (e) $\{2\} \in A$
- (f) $\{2\} \subset A$
- (g) $\{\{2\}\} \subset A$
- (h) $\emptyset \in A$

5.- Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- (a) $\emptyset \in \emptyset$
- (b) $\emptyset \subset \emptyset$
- (c) $\{\emptyset\} \subset \emptyset$
- (d) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- (e) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$
- (f) $\emptyset = \{\emptyset\}$

6.- Sea $A = \{\frac{1}{4}, a, \{1, a\}, 3, \{1, 2\}, \mathbb{N}\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- (a) $\frac{1}{4} \in A$
- (b) $\{1, 2\} \subset A$
- (c) $1 \in A$
- (d) $\{1, a\} \in A$
- (e) A tiene infinitos elementos.
- (f) $A \cap \mathbb{N} = \{3\}$
- (g) $2 \in A$
- (h) $\{a\} \in A$
- (i) $\{a\} \subset A$
- (j) $\{2\} \subset A$
- (k) $\{\frac{1}{4}, 3\} \subset A$
- (l) $\{1, 2, a\} \subset A$
- (m) $\{a, \{1, 2\}\} \subset A$
- (n) $\{\mathbb{N}\} \subset A$
- (o) $\{\emptyset\} \subset A$

7.- Si $A = \{x \in \mathbb{Z} : 2x = 6\}$ y $b = 3$, ¿es cierto que $b \in A$?

19.- Los estudiantes de Literatura tienen que elegir, para hacer un trabajo, al menos una de las novelas A, B o C. Ninguno tiene que escribir de los tres libros, pero ninguno debe hacerlo sólo de C. De un total de 165 estudiantes, 45 trabajaron sólo B, 50 trabajaron B y C, 35 trabajaron A y B, y 18 trabajaron A y C. ¿Cuántos trabajaron cada novela?

20.- De 130 personas, 60 usan sombrero, 51 usan bufanda y 30 usan sombrero y bufanda. Además, de los 54 que usan suéter, 26 usan sombrero, 21 usan bufanda y 12 usan sombrero y bufanda. Los que usan guantes, no usan sombrero y tampoco bufanda, y hay 9 que usan suéter y guantes. Todos usan alguna prenda.

- (a) ¿Cuántos usan guantes?
- (b) ¿Cuántos que no usan suéter, usan sombrero pero no bufanda?
- (c) ¿Cuántos que no usan suéter usan sombrero o bufanda?
- (d) ¿Cuántos que no usan suéter no usan ni sombrero ni bufanda?

21.- Un "actualizado" vendedor de perros calientes realizó una encuesta a 168 clientes y descubrió que:

- A 95 clientes le gustan con cebolla.
- A 85 clientes le gustan con salsa de tomate.
- A 65 clientes le gustan con mostaza y salsa de tomate.
- A 20 clientes le gustan sólo con mostaza.
- A 18 clientes le gustan sólo con salsa de tomate.
- A 50 clientes le gustan con cebolla y sin mostaza, pero podrían agregar salsa de tomate.
- A 14 clientes le gustan solos (sin ningún aderezo)

Se desea saber:

- (a) ¿A cuántos le gustan los perros calientes con todo?
- (b) ¿Cuántos los prefieren sólo con mostaza y cebolla?
- (c) ¿Cuántos gustan de un solo aderezo?
- (d) ¿Cuántos los pedirían con dos aderezos solamente?

22.- Encontrar el número de enteros entre 1 y 250 que no son divisibles por alguno de los enteros 2, 3, 5 o 7.

23.- ¿Cuántos enteros entre 1 y 60 son primos relativos con 60?

24.- Cada estudiante de una residencia toma, al menos, uno de los cuatro cursos: Lengua, Inglés, Sociales y Matemática. Hay 6 estudiantes que toman los cuatro cursos. Hay 25 estudiantes en cada uno de los cursos, 15 estudiantes en dos cualesquiera de los cuatro cursos y 10 estudiantes en tres cualesquiera de los cuatro cursos. ¿Cuántos estudiantes hay en la residencia?